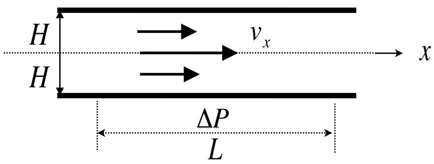
問題20　２枚の無限平板内の定常流れ



流体の速度分布を知りたい　→　運動の式

２枚の無限平板，平板の中心面に対して平面対称　→　直角座標

座標の設定は問題の通り　知りたいのはx方向の流速　→　x成分

基礎方程式
$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_x}{\partial z} = \nu\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{F_x}{\rho}$$

簡単化　定常状態　→ $\frac{\partial}{\partial t} = 0$　　無限平板(平面対称)　→ $\frac{\partial}{\partial x} = 0$　$\frac{\partial}{\partial y} = 0$

流速はx成分のみ　→ $v_y = v_z = 0$　　特に問題で指摘されていないので外力は考えない　→ $F_x = 0$

圧力勾配は問題で与えられている　→ $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{-\Delta P}{L}$

解くべき式　$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = -\frac{\Delta P}{\mu L}$$

境界条件

（平面対象で定常）　$\frac{\partial v_x}{\partial z} = 0$ at $z = 0$　①

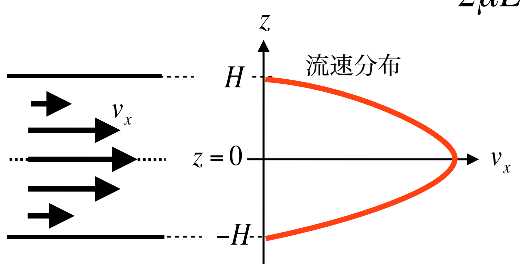
（粘着条件）　$v_x = 0$ at $z = H$　②

積分する　$\frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{\Delta P}{\mu L}z + A$　境界条件①より　$A = 0$　　整理して　$\frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{\Delta P}{\mu L}z$

さらに積分する　$v_x = -\frac{\Delta P}{2\mu L}z^2 + B$　　境界条件②より　$B = \frac{\Delta P}{2\mu L}H^2$

式を整理する

$$v_x = \frac{\Delta P}{2\mu L}(H^2 - z^2)$$



z=0の対称面で流速は最も大きく，静止している平板に接触している流体の流速はゼロ