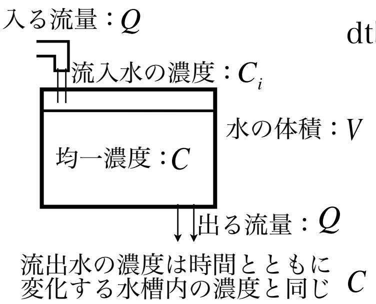
問題12　収支をきっちり考えれるようになろう

水槽に同じ量の水が入って，出ている。これだけだったら何の変化も無い。しかし，流入する水中にインクが入っていて，最終的な状態になるまでは入ってくるインクの量より出てゆくインクの量が少ないので，徐々にインクの濃度が増加する。最終的な状態では入ってくる濃度と出てゆく濃度が等しくなっている。この問題では，最初の状態から，だんだんインクの濃度が時間とともに変化する過程について考える。



dt時間での水槽内のインクの移動量（物質量）とその収支を考える

t=tの水槽内のインクの量　dt時間で水槽に入ったインクの量　dt時間で水槽から出たインクの量　t=t+dtの水槽内のインクの量

$$VC + QdtC_i - QdtC = V(C + dC)$$

dt時間で濃度はCからC＋dCと変化した

解くべき微分方程式　$\dfrac{dC}{dt} = \dfrac{Q}{V}(C_i - C)$　　初期条件　$C = 0 \ \ at \ \ t = 0$

積分して解を求める

$$\frac{dC}{C - C_i} = -\frac{Q}{V}dt$$

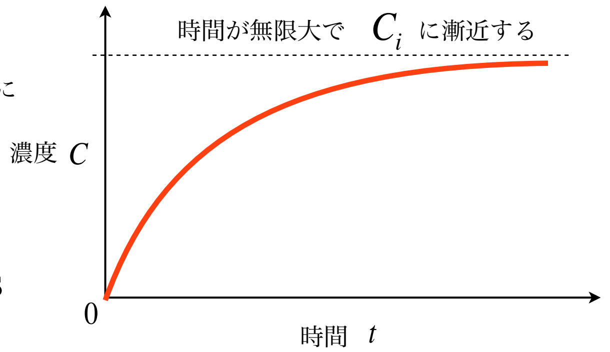
$$C - C_i = Ae^{-\frac{Qt}{V}}$$

初期条件より　$A = -C_i$

$$\boxed{C = C_i(1 - e^{-\frac{Qt}{V}})}$$

グラフに描く →

110ℓ



設定されている数値

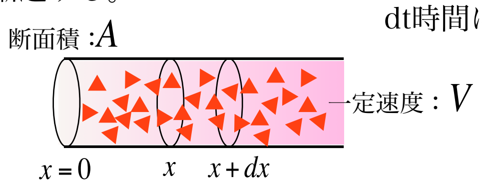
$C_i = 0.55$ g/ℓ　　$V = 110$ ℓ　　$Q = 0.15$ ℓ/s

→ $C = 0.55(1 - e^{-0.001364t})$

濃度が 0.30 g/ℓ になる時間　$0.30 = 0.55(1 - e^{-0.001364t})$ → $\boxed{t = 578 \text{ s}}$　$\boxed{t = 9 \text{ min } 38 \text{ sec}}$

問題14　時間に伴う変化はないが距離に依存する

時間に伴う変化はないので、定常状態と考えることができる。しかし、入り口では当然抽出成分はゼロ（まだ抽出していない）で入り口からだんだんとその濃度が増加するが、濃度の増加に伴い平衡濃度との差が小さくなり抽出速度が小さくなってゆく。この平衡濃度を超えることはないので、濃度は平衡濃度に漸近する。



dt時間に断面を通過する抽出成分の量（物質量）を考える

x＝xの面を通過する成分の量　x〜x＋dxの領域で抽出した成分の量　x＝x+dxの面を通過する成分の量

$$C(x)VAdt + kRA(C_e - C(x))dxdt = C(x + dx)VAdt$$

ここで第２項のCをC(x)とxの位置での値にしていいのだろうか？　xからx＋dxの位置のどの位置でとっても結果は同じ，簡単に考えるならば，この領域はxに触っているのでxの値で代表してよい。右辺はx+dxの位置のみなので，区別する。

解くべき微分方程式　$\dfrac{dC}{dx} = \dfrac{kR}{V}(C_e - C)$　　境界条件　$C = 0 \ at \ x = 0$　　参考までに　$C(x + dx) = C(x) + \dfrac{dC}{dx}dx$

$$\frac{dC}{C - C_e} = -\frac{kR}{V}dx \rightarrow C - C_e = Ae^{-\frac{kR}{V}x}$$

境界条件より　$A = -C_e$

よって　$\boxed{C = C_e(1 - e^{-\frac{kR}{V}x})}$

グラフに描く →