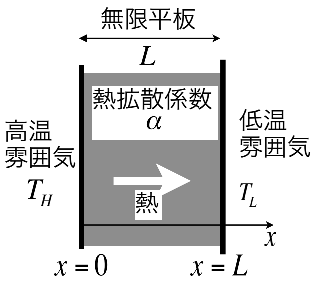
問題21　無限平板の両面の温度を固定した場合



左のような無限平板（縦方向に無限に広がっている）の両側がそれぞれ、高温と低温で保持されている。熱は平板内を高温面(x=0)から低温面(x=L)に伝導のみで移動する。

平板内の温度分布を求める→熱移動の式　無限平板→直角座標

基礎方程式
$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x\frac{\partial T}{\partial x} + v_y\frac{\partial T}{\partial y} + v_z\frac{\partial T}{\partial z} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{Q}{\rho C_P}$$

簡単化　定常状態　→ $\dfrac{\partial}{\partial t}=0$　　無限平板→ $\dfrac{\partial}{\partial y}=0$　$\dfrac{\partial}{\partial z}=0$

平板内で流速なし→ $v_x=v_y=v_z=0$　問題に何の記載もないので発熱もない→ $Q=0$

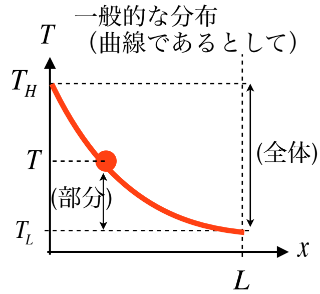
解くべき式 $\dfrac{d^2T}{dx^2}=0$　　境界条件　（一定温度）$T=T_H \quad at \quad x=0$　①

（一定温度）$T=T_L \quad at \quad x=L$　②

1回積分 $\dfrac{dT}{dx}=A$　　もう1回積分 $T=Ax+B$　　境界条件①より $A=T_H$

境界条件②より $T_L = AL+T_H \longrightarrow A=-\dfrac{T_H-T_L}{L}$　式を整理 $\boxed{T=-\dfrac{T_H-T_L}{L}x+T_H}$

この形で正解ではあるが，今後のことも考えて，(部分)/(全体)という形式にこだわると



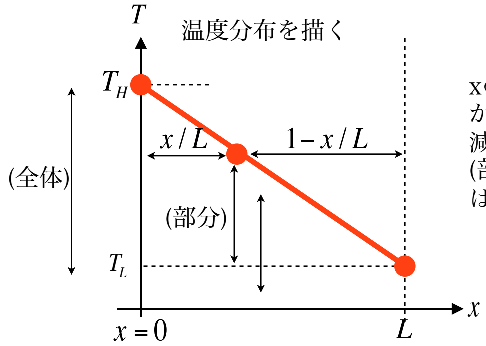
$$\frac{T-T_H}{T_H-T_L}=-\frac{x}{L}$$

両辺に1を足して
$$1+\frac{T-T_H}{T_H-T_L}=1-\frac{x}{L}$$

$$\frac{T_H-T_L+T-T_H}{T_H-T_L}=1-\frac{x}{L}$$

最終的に→ $\boxed{\dfrac{T-T_L}{T_H-T_L}=1-\dfrac{x}{L}}$

温度分布を描く



xの増加に伴ってTHからTLに直線的に減少する分布。(部分)に相当するのは1-x/L である。