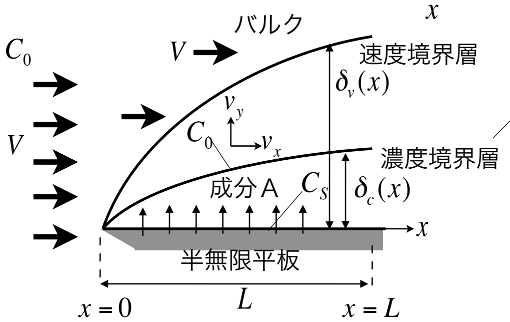
問題32 境界層から境膜へ

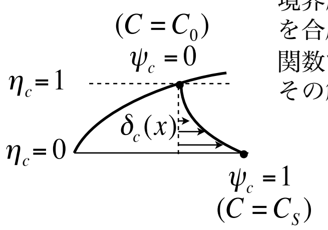


速度に関する解

$$\frac{\delta_v}{x}=4.64Re^{-1/2}$$

濃度境界層の分布 $\psi_c=1-\frac{3}{2}\eta_c+\frac{1}{2}\eta_c^{\,3}$ $\qquad \psi_c=\frac{C-C_0}{C_s-C_0}$ $\qquad \eta_c=\frac{y}{\delta_c}$

ψは1から0に変化する



境界層内の分布を合成変数η_cの関数で表現し，その解を得た。

$$\Delta^3-\frac{\Delta^5}{14}=\frac{13}{14}\frac{1}{Sc} \qquad 定義\ \Delta=\frac{\delta_C}{\delta_v}$$

近似ⓐ

$$\Delta^3=\frac{1}{Sc}$$

$$\frac{\delta_c}{x}=4.64Re_x^{-1/2}Sc^{-1/3} \quad ⓑ$$

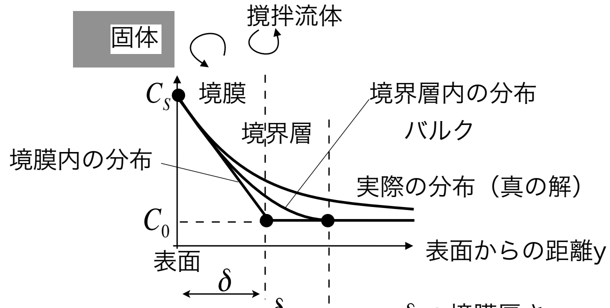
$$Re_x=\frac{Vx}{\nu} \qquad Sc=\frac{\nu}{D}$$

境界層を用いた積分プロフィル法（変数合成法）で解析的には解けないような，複雑な連立偏微分方程式を解くことができる。しかし，毎回，このような設定と計算を繰りかえすことはとても面倒！！

そこで境界層からさらに簡便な境膜を導入する!
その際に満足するべき条件は

固体表面におけるフラックスが一致する

突然動き出す無限平板と半無限平板の速度境界層に対する解析解との比較で，採用しているプロフィールが必ずしもこの条件を満足している訳ではないが，ほぼ満足されていると考えよう！



δ ：境膜厚さ

δ_c ：境界層厚さ

境界層

$$C-C_0=(C_S-C_0)\psi_c$$

$$\frac{dC}{dy}=(C_S-C_0)\frac{d\psi_c}{d\eta}\frac{d\eta_c}{dy}=(C_S-C_0)(-1.5+0.5\eta_c)\frac{1}{\delta_c}$$

境膜

境膜内は定常状態を仮定しているので，分布は直線分布となる

表面y＝0を代入して

$$\left.\frac{dC}{dy}\right|_{y=0}=\frac{3}{2}\frac{(C_S-C_0)}{\delta_c}=\frac{(C_S-C_0)}{\delta} \longrightarrow \delta=\frac{2}{3}\delta_c$$

ここで，境膜内物質移動速度定数 k_{dx} を定義する。 流束(フラックス) ＝速度定数×濃度差

$$N=k_{dx}(C_s-C_0)$$

そこで，もう一度戻って境界層内の分布を用いて表面における物質流束を表記すると

$$N=-D\left.\frac{dC}{dy}\right|_{y=0}=\frac{3}{2}\frac{D(C_S-C_0)}{\delta_c} \longrightarrow \delta_c=\frac{3}{2}\frac{D}{k_d} \quad ⓒ$$

最後に，撹拌流体で物質移動がどの程度促進されるのか，すなわち

（撹拌流体中での物質移動速度）／（静止流体中での物質移動速度） $\qquad Sh_x=\frac{k_{dx}x}{D}$ ⓓ

をシャーウッド数として導入する

ⓑ, ⓒ, ⓓ を使って式を整理する $\longrightarrow$ $Sh_x=0.323Re_x^{1/2}Sc^{1/3}$ となってプリント㋑式と一致しない。

ⓐの近似を見直す。

$$\Delta^3-\frac{\Delta^5}{14}=\frac{13}{14}\frac{1}{Sc} \rightarrow \Delta^3=\frac{13}{14}\frac{1}{Sc} \qquad \delta_c=\Delta\delta_v=0.976\delta_v Sc^{-1/3}$$

ⓑを書き直す $\qquad \frac{\delta_c}{x}=4.53Re^{-1/2}Sc^{-1/3}$ ⓑ'

ⓑ' ⓒ ⓓ より

$$Sh_x=\frac{k_dx}{D}=\frac{3}{2}\frac{x}{\delta_c}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{4.53Re^{-1/2}Sc^{-1/3}}=0.331Re^{1/2}Sc^{1/3} \qquad Sh_x=0.331Re^{1/2}Sc^{1/3} \quad ⓔ$$

半無限平板からの物質移動はxの関数となっている。先端から距離Lまでの平均値を求めて整理する。

$$\int_0^L k_{dx}dxW\Delta t(C_S-C_0)=k_dLW\Delta t(C_S-C_0) \longrightarrow k_d=\frac{1}{L}\int_0^L k_{dx}dx$$

ⓓ, ⓔ より

$$k_{dx}=0.331\left(\frac{V}{\nu}\right)^{1/2}Sc^{1/3}D\,x^{-1/2} \longrightarrow k_d=0.331\left(\frac{V}{\nu}\right)^{1/2}Sc^{1/3}D\,\frac{1}{L}\int_0^L x^{-1/2}dx=0.331\left(\frac{V}{\nu}\right)^{1/2}Sc^{1/3}D\,\frac{2}{L}L^{1/2}$$

$Sh=\frac{k_dL}{D}$ より

$$\frac{k_dL}{D}=2\times0.331\left(\frac{VL}{\nu}\right)^{1/2}Sc^{1/3} \qquad Sh=0.662Re^{1/2}Sc^{1/3} \qquad Re=\frac{VL}{\nu}$$