

確認4 収支式

容器内の水を対象として、それに出入りする熱量を考慮して、dt時間における熱の収支式を作製する

配管から 入る熱量	ヒータから 入る熱量	配管から 出てゆく熱量	熱量の蓄積 に基づく温度変化
--------------	---------------	----------------	-------------------

$$C_p \rho Q dt T_I + Ah(T_H - T) dt - C_p \rho Q dt T = C_p \rho V dt T$$

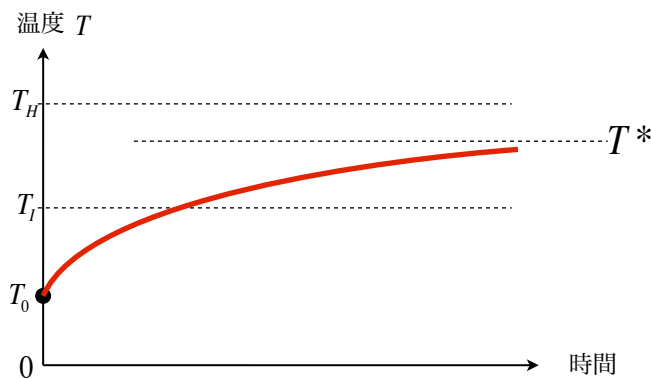
$$\frac{VdT}{dt} = \frac{AhT_H}{C_p \rho} + \overset{\downarrow}{QT_I} - \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) T$$

$$V \frac{dT}{dt} = - \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) \left(T - \frac{\frac{AhT_H}{C_p \rho} + QT_I}{\frac{Ah}{C_p \rho} + Q} \right) = - \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) (T - T^*)$$

$$\frac{dT}{dt} = - \frac{1}{V} \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) (T - T^*) \quad \text{初期条件 } T = T_0 \text{ at } t = 0$$

$$\frac{dT}{T - T^*} = - \frac{1}{V} \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) dt \quad \rightarrow \quad T - T^* = C e^{-\frac{1}{V} \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) t} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ T - T^* = (T_0 - T^*) e^{-\frac{1}{V} \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) t} \end{matrix}$$

$$\frac{T - T^*}{T_0 - T^*} = e^{-\frac{1}{V} \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) t} \quad \rightarrow \quad 1 - \frac{T - T^*}{T_0 - T^*} = 1 - e^{-\frac{1}{V} \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) t} \quad \rightarrow \quad \frac{T - T_0}{T^* - T_0} = 1 - e^{-\frac{1}{V} \left(\frac{Ah}{C_p \rho} + Q \right) t}$$



時間が無限大で $T^* = \frac{(Ah/C_p \rho)T_H + QT_I}{(Ah/C_p \rho) + Q}$ に漸近する