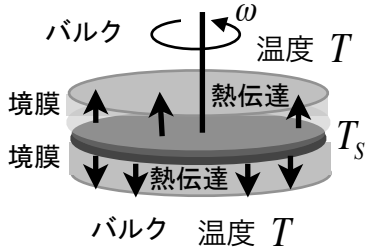


確認7 擬定常問題



円盤形状の発熱体の表面は常に高温Tsで一定で、バルクに熱が移動し、バルク温度Tが徐々に上昇する。実際には回転円盤周りには流体の流れが存在し、熱移動に影響を与えている。運動の式と熱移動の式を連立して表面の熱フラックスを求めることは困難！ → でも安心して！ **境界を導入すれば良い!!!** 発熱体の熱伝導度は非常に大きいとして、境界内熱伝達律速であるとする。まず、熱伝達係数hを用いて、熱収支式を考えよう。

熱伝達に寄与している面の面積：円盤の上下面 $2 \times \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) = \frac{\pi d^2}{2}$

熱収支を基本から考えると
 dt時間に境界内を移動する熱量 $h \Delta T \frac{\pi d^2}{2} dt = \frac{\pi h d^2 (T_s - T)}{2} dt$

最初(t=t)の水槽全体の熱量 $C_p \rho V T(t)$ + dt時間に境界内を移動する熱量 $\frac{\pi h d^2 (T_s - T)}{2} dt$ = dt時間経過後の(t=t+dt)の水槽全体の熱量 $C_p \rho V T(t+dt)$ → $T(t+dt) = T(t) + \frac{dT}{dt} dt = T(t) + dT$

熱収支式 $\frac{\pi h d^2 (T_s - T)}{2} dt = C_p \rho V dT$ → $\frac{dT}{dt} = \frac{\pi h d^2 (T_s - T)}{2 C_p \rho V}$ 微分方程式

初期条件 $T = T_i \text{ at } t = 0$

積分して解を得る $\frac{dT}{T - T_s} = -\frac{\pi h d^2}{2 C_p \rho V} dt$ → $T - T_s = C e^{-\frac{\pi h d^2}{2 C_p \rho V} t}$ Cは積分定数

初期条件よりCを決定 $C = T_i - T_s$

$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = e^{-\frac{\pi h d^2}{2 C_p \rho V} t}$ → $\frac{T - T_i}{T_s - T_i}$ の形に強引にもってゆく (分母、分子が正で(部分)/(全体)の形) → $\frac{T_s - T_i + T_i - T}{T_s - T_i} = e^{-\frac{\pi h d^2}{2 C_p \rho V} t}$ → $\frac{T - T_i}{T_s - T_i} = 1 - e^{-\frac{\pi h d^2}{2 C_p \rho V} t}$

解は得られたが、具体的に計算するならhを求める必要がある。
 回転円盤の熱伝達に関する無次元相関式 $Nu = 0.339 Re^{1/2} Pr^{1/3}$

それぞれの無次元数 $Re = \frac{\omega d^2}{\nu} = \frac{9 \times 0.08^2}{1.2 \times 10^{-6}} = 48000$ $Nu = 0.339 (48000)^{1/2} (8.4)^{1/3} = 150.97 \dots = 151$

$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\nu C_p \rho}{\lambda} = \frac{1.2 \times 10^{-6} \times 4200 \times 1000}{0.6} = 8.4$

$Nu = \frac{hd}{\lambda}$ からhを計算する $h = 151 \times \frac{0.60}{0.080} = 1132.5 = 1133 \frac{J}{K \cdot m^2 \cdot s}$

hの値を使って解を書き下す $\frac{T - T_i}{T_s - T_i} = 1 - e^{-\frac{\pi (1133)(0.080)^2}{(2)(4200)(1000)(2.5)} t} = 1 - e^{-0.000001084t}$

40°Cになるまでの時間は $\frac{40 - 15}{80 - 15} = 1 - e^{-0.000001084t} \rightarrow e^{-0.000001084t} = \frac{8}{13} = 0.61538 \dots$

$-0.000001084t = \ln(0.61538 \dots) = -0.485508 \quad t = 447886 \dots = 448000 \text{ sec}$