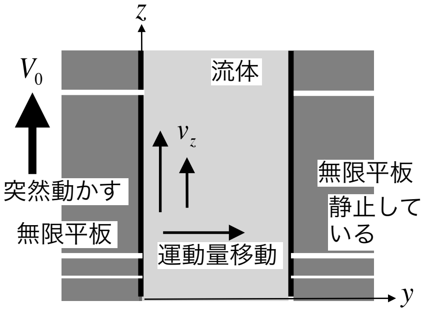
メールアドレス：kozka@kumamoto-u.ac.jp
ＨＰアドレス　：http//www.msre.kumamoto-u.ac.jp/~process/ Transport/home.html

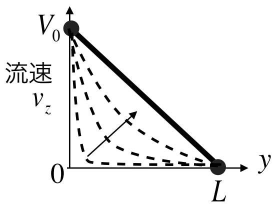
速度分布，温度分布，濃度分布を求める意義

運動量の移動（作用する力），熱の移動，物質の移動を把握することで，流れの中の物質に働く力，物質をある温度まで冷却するのに必要は時間，拡散によって生成する金属間化合物層の厚さと時間の関係など，マテリアル工学の研究を進める上で不可欠となる様々な速度論的な答えを導くことができる（もちろん、一般工学としても重要な基礎となる）．

定常状態における解１（定常状態と平衡状態，定常解の物理的意味）

＜Couette流れ＞





問題の解き方

1.与えられた問題に対して適切な座標系と方程式（種類と成分など）を選択する。

運動の式，直角座標，z-成分：基礎方程式

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z} = \nu\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{F_z}{\rho}$$

2.基礎式を簡単化

無限平板(x,z方向には変化がない) $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$　　流速はz方向のみ $v_x = v_y = 0$

流体の駆動力は平板からの粘性せん断力のみ　$\frac{\partial P}{\partial z} = 0$　　$F_z = 0$

→圧力勾配なし，外力なし

3.解くべき式を明示し，初期条件，境界条件を示す.

$$\boxed{\frac{\partial v_z}{\partial t} = \nu\frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2}}$$

I.C. $v_z = 0 \quad at \quad t = 0$　　B.C. $v_z = V_0 \quad at \quad y = 0$, $v_z = 0 \quad at \quad y = L$

4.積分して解を求め，条件より積分定数を決定する.

定常状態では $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

しかし，この偏微分方程式の解法は後述（第８回）ここでは，定常状態を理解する．時間が十分に経過した後では，速度分布は図の直線で表され，時間的に変化しない．これを定常状態という.

解くべき式 $\boxed{\frac{d^2 v_x}{dy^2} = 0}$ B.C.は同じ

5.解を検証する.

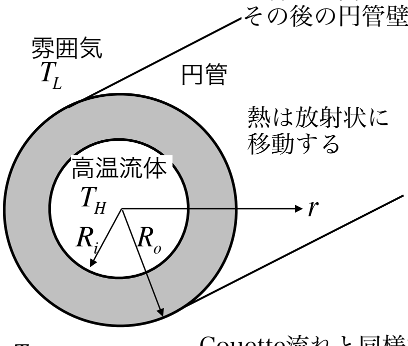
$$\boxed{v_z = V_0\left(1 - \frac{y}{L}\right)}$$

２階の常微分方程式は２つの境界条件で決定される．この解が直線分布を示し，２つの境界条件を満足することは容易に理解できる

粘性せん断力 $\tau_{yz} = \mu\frac{V_0}{L}$

＜円管壁内の伝熱＞

円管内に高温の流体を通したという設定で
その後の円管壁内の温度分布がどうなるか？



温度分布が知りたい！　→　熱移動の式
軸対称！　→　円筒座標

基礎方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_r\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial T}{\partial z} = \alpha\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right\} + \frac{Q}{\rho C_P}$$

簡単化

軸対象→ $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$　無限に長い円柱→ $\frac{\partial}{\partial z} = 0$

静止している固体円柱→ $v_r = v_\theta = v_z = 0$

発熱なし→ $Q = 0$

解くべき式

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)}$$

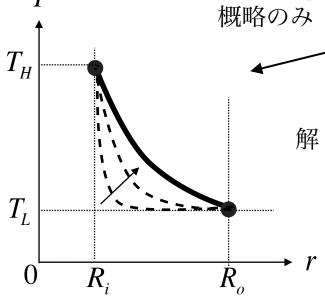
最初の円管の温度は TL度であったとして

初期条件　$T = T_L \quad at \quad t = 0$

境界条件　$T = T_H \quad at \quad r = R_i$
$T = T_L \quad at \quad r = R_o$

残念ながら本講義ではこの偏微分方程式を解くには至らない．
ここでは定常状態とする．

Couette流れと同様で
概略のみ



定常状態では $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

解くべき式 $\boxed{\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0}$

境界条件は同じ

この段階でrのみの方程式なので常微分で表す

積分する

$$\frac{dT}{dr} = \frac{A}{r}$$

もう一度積分する

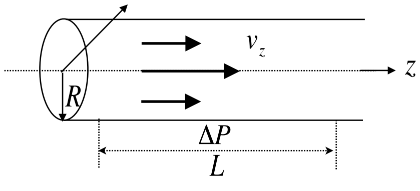
$$T = A\ln r + B$$

境界条件よりA,Bを決定

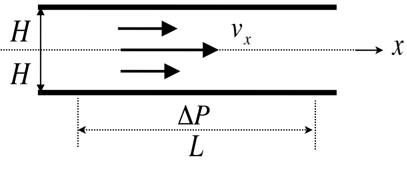
$$T_H = A\ln R_i + B$$
$$T_L = A\ln R_o + B$$

解 $\boxed{T = \frac{T_H \ln(R_o/r) + T_L \ln(r/R_i)}{\ln(R_o/R_i)}}$

問題19 （Hagen-Poiseuille流れ）右図のような半径Rの静止した円管内に圧力をかけて粘性流体を流した．流れは定常で，さらにz方向には十分成長していると考える．
円管内の流速分布（v_zのr方向の分布）を求めよ．
圧力勾配は一定で ∂P/∂z = -ΔP/L と考えてよい．



問題20 右図のように２Hの間隔で置かれた２枚の静止している無限平板の間を，圧力をかけて粘性流体をx方向に流した． 流れは定常で，さらにx方向には十分成長していると考える．平板内の流速分布（v_xのz方向の分布）を求めてよ．圧力勾配は一定で ∂P/∂x = -ΔP/L と考えてよい．



問題21　熱拡散係数αの無限平板の両側の温度がそれぞれT_H，T_L で一定となっている．定常状態での板の内部の温度分布（温度Tのx方向の分布）を求めてください．