

定常状態における解2 (律速過程, 複数の熱抵抗の直列配置)

<合板内の熱伝導> 定常状態でのx方向の温度分布

無限平板1に対して温度分布を導出

熱移動の式 直角座標
$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q}{\rho C_p}$$

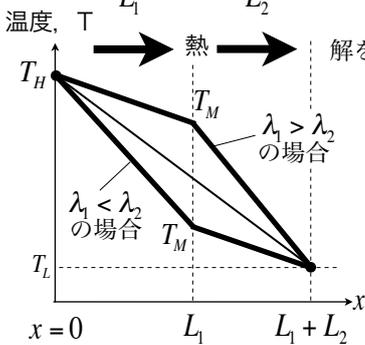
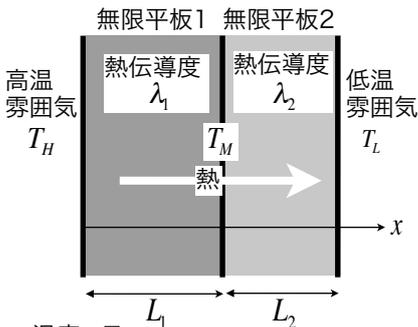
定常, 無限平板, 固体内(流速なし), 発熱なし

解くべき式 $\alpha \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$ 境界条件 $T = T_H$ at $x = 0$ $T = T_M$ at $x = L_1$

平板1内の温度分布 $\frac{T - T_M}{T_H - T_M} = \frac{L_1 - x}{L_1}$ 直角座標での定常解は直線分布となる
例: Couetto流れ, 問題4

平板2に対しても同様 解くべき式は同じ

境界条件 $T = T_M$ at $x = L_1$ $T = T_L$ at $x = L_1 + L_2$ $\frac{T - T_L}{T_M - T_L} = \frac{L_1 + L_2 - x}{L_2}$



解をグラフで表すと左のようになる。

定常状態であれば, 2枚の板の境界でフラックスが等しくなっているはず $q_1 = q_2$ $\lambda_1 \frac{dT}{dx} = \lambda_2 \frac{dT}{dx}$

$\lambda_1 > \lambda_2$ の場合 $\frac{dT}{dx}_1 < \frac{dT}{dx}_2$ となり, 直線の傾きは平板1の方が小さい
 $\lambda_1 < \lambda_2$ の場合 $\frac{dT}{dx}_1 > \frac{dT}{dx}_2$ となり, 直線の傾きは平板1の方が大きい

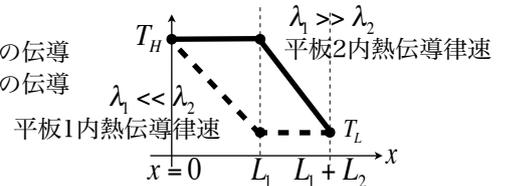
境界での熱収支式

$$\lambda_1 \frac{T_H - T_M}{L_1} = \lambda_2 \frac{T_M - T_L}{L_2}$$

よって $T_M = \frac{L_1 T_L + (\lambda_1 / \lambda_2) L_2 T_H}{L_1 + (\lambda_1 / \lambda_2) L_2}$

律速過程

平板1内の伝導
平板2内の伝導



定常状態における解2 (球体周り)

<球体表面からの物質移動>

設定: 静止している無限に広がる溶媒に成分が溶け込んでゆく。表面濃度はCsで一定になっている。溶媒中ではもともとC0の濃度

基礎方程式: 物質移動の式 球座標

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_r \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial C}{\partial \phi} = D \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial C}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 C}{\partial \phi^2} \right\} + R$$

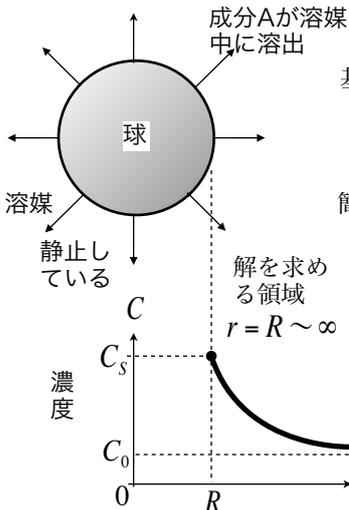
単純化: 定常, 点対称, 静止流体, 溶質の発生はない。

解を求め る領域 $r = R \sim \infty$ 解くべき式: $D \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dC}{dr} \right) = 0$ 境界条件 $C = C_S$ at $r = R$ $C = C_0$ at $r = \infty$ 解くべき領域が $r = R \sim \infty$ であることに注意!

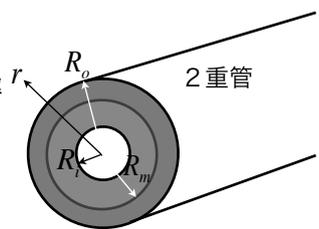
積分して解を求め る $\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dC}{dr} \right) = 0 \rightarrow r^2 \frac{dC}{dr} = A \rightarrow \frac{dC}{dr} = \frac{A}{r^2} \rightarrow C = -\frac{A}{r} + B$

境界条件を用いて積分定数 A, B を決定する $A = -(C_S - C_0)R$ $B = C_0$

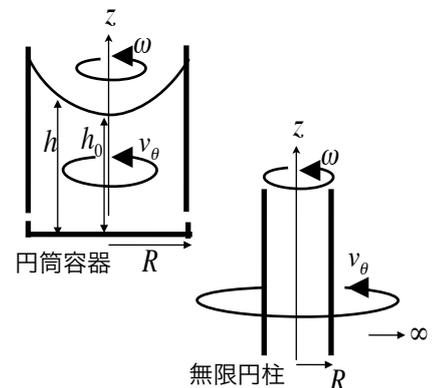
解を書き下す $C = \frac{(C_S - C_0)R}{r} + C_0$ 半無限の境界条件で, 定常解が存在するのは球座標のみ



問題22 図のように2重管の内側に高温 THの流体が流れています。外側を TLに冷却するとして, 定常状態における円管壁内の温度分布と内管と外管の境目の温度 TMを導出して下さい。また, $\lambda_i > \lambda_o$ として温度分布を模式的に描いて下さい。



問題23 円筒容器内に動粘度 ν の流体が入っていて, その円筒が一定の角速度 ω で回転しています。容器は十分深く, 底の影響は無いとして, 定常状態における周方向の速度 v_θ のr方向の分布を求めて下さい。また, 図に示しているように流体の表面は中央部分が凹む形状となります。この形状を導出して下さい。



問題24 円筒容器内に動粘度 ν の流体が入っていて, 周方向に半径rに比例する体積力 ($F_\theta = \alpha r$) が外力として作用しています。容器は十分深く, 底の影響は無いとして, 定常状態における周方向の速度 v_θ のr方向の分布を求めて下さい。

問題25 半径Rの無限円柱が無限に広がる動粘度 ν の流体の中にあり, 一定の角速度 ω で回転しています。定常状態における円柱の周りの周方向の速度 v_θ のr方向の分布を求めて下さい。